Somme de suite
arithmétique et géométrique - Première S ES STI - Exercices
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Somme de suite arithmétique et algorithmique

1. Calculer la somme $\mathbf{20 + 23 + 26 + ... + 59}$
2. Écrire un algorithme pour vérifier que la réponse à la question 1. est correcte.

Des sommes en vrac

Calculer rapidement les sommes suivantes. Le résultat final sera donné à l'aide de la calculatrice.

1. $S_1 = 11 + 22 + 33 + 44 + \cdots + 9\,999$
2. $S_2 = 1 - 2 + 4 - 8 + \cdots - 2^{27}$
3. $S_3 = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \cdots - 1000$

Somme des entiers impairs

Soit n un entier naturel non nul.
Démontrer que la somme des n premiers entiers naturels impairs est un carré parfait.

Poignées de mains

1. Dans une réunion, **25** personnes sont présentes et elles se sont toutes serré la main pour se saluer. Combien de poignées de mains ont été échangées ?
2. Dans une autre réunion, **496** poignées de mains ont été échangées. Sachant que tout le monde s'est salué, combien de personnes étaient présentes à cette réunion ?

Quelle somme ?

Une entreprise met en vente un produit qui connaît un succès grandissant. La première semaine de mise sur le marché de son produit lui a apporté 1 000 € de recette. Chaque semaine, ses recettes augmentent de 5% par rapport à la semaine précédente. Quel est le montant total des recettes perçues en 30 semaines ? *On arrondira au centime près.*

$1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \cdots$

Soit n un entier naturel, on pose : $S_n = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

1. Calculer S_0, S_1 et S_2.
2. Montrer que la suite (S_n) est strictement croissante.
3. Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $S_n = 3\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$.
4. En déduire que la suite (S_n) converge et donner sa limite.

Somme de terme d'une suite géométrique : Démonstration de la formule

1. Compléter sans justifier l'égalité $1+q+q^2+q^3+....+q^n = ...$
   Préciser la condition de validité de cette formule.
2. On considère une suite géométrique (u_n) de raison $q \neq 1$.
   Démontrer que pour tous entiers naturels m et n avec $m \leqslant n$:
   $u_m + ... + u_n = u_m \times \dfrac{1-q^{n-m+1}}{1-q}$
3. A l'aide du résultat précédent, calculer la somme : $16+4+2+1+\dfrac{1}{2}+...+\dfrac{1}{4096}$

Somme de terme d'une suite géométrique et jeu d'échec

D'après la légende, c'est en Inde que le jeu d'échecs a été inventé, pour le roi Belkib par le sage Sissa.
Le roi enchanté, décida de récompenser Sissa.

« -Que veux-tu ? » demanda alors le roi au sage.
«Voyez ce plateau de jeu, offrez moi un grain de riz sur la première case, puis 2 grains de riz sur la seconde case, 4 grains sur la troisième, 8 sur la quatrième, etc... » répliqua Sissa.
Le roi accepta sans hésitation, persuadé de s'en tirer à bon compte.

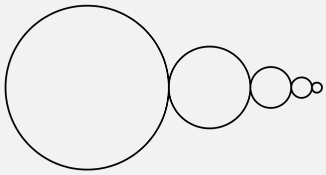
1°) Déterminer le nombre de grain de riz que le roi doit donner, sachant que le plateau comporte 64 cases.
2°) Sachant qu'un kilogramme de riz compte 4000 grains de riz, Combien Sissa doit-il recevoir de tonne de riz ?
3°) Trouver sur internet, la production mondiale de riz et commenter ce résultat.

Somme de suite géométrique et aire

Sur cette figure, le premier cercle a un rayon de 2 cm. Chaque cercle suivant a un rayon égal à la moitié du rayon du cercle précédent. Soit A_n l'aire du n-ième cercle.

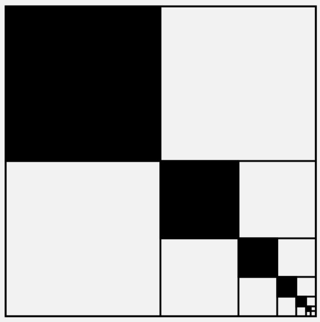
1°) Exprimer A_{n+1} en fonction de A_n.

2°) Déterminer l'aire formée par ces cercles lorsqu'on continue cette construction indéfiniment.



Somme de suite géométrique et aire

On partage un carré de 1 cm de côté en quatre carrés de même taille. On noircit le carré supérieur gauche. On recommence l'opération avec le carré inférieur droit.
Déterminer l'aire de la partie noircie lorsqu'on répète indéfiniment la construction.



Somme de suite arithmétique

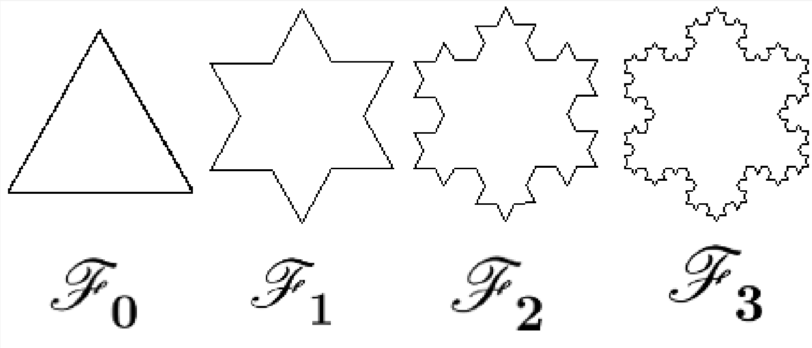
On empile des boites. On place une première rangée sur le sol, puis une seconde par dessus avec une boite de moins et ainsi de suite. On appelle u_0 le nombre de boite au sol, u_1 le nombre de boite du 1[er] étage. u_n est le nombre de boite du n-ième étage.

1. S'il y a **30** boites au sol, combien y aura-t-il de boites dans la pyramide ?
2. Si la pyramide est composée de **153** boites, combien y-a-t-il de boite au sol ?
3. On met **20** boites au sol. Il n'y a pas assez de boite pour faire une pyramide complète. La pyramide est composé de **12** rangées complètes. Combien de boites ont été empilées ?

Somme de suite arithmétique et géométrique

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n + 2 - 0{,}8^n$.
Calculer la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$.

Aire du flocon de von Koch



On rappelle que pour tout entier naturel n, la figure $\mathscr{F}_n$ a un nombre de côtés égal à $c_n = 3 \times 4^n$, que ces côtés ont pour longueur $l_n = \dfrac{1}{3^n}$ et on note A_n l'aire de $\mathscr{F}_n$.

1. Montrer que l'aire d'un triangle équilatéral de côté a est égale à $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, $A_{n+1} = A_n + \dfrac{\sqrt{3}}{12}\left(\dfrac{4}{9}\right)^n$.
3. En déduire que pour tout entier naturel n, $A_n = \dfrac{\sqrt{3}}{4} + \dfrac{3\sqrt{3}}{20}\left(1 - \left(\dfrac{4}{9}\right)^n\right)$.
4. Le flocon de von Koch est la figure obtenue quand n tend vers l'infini. Que dire de son aire ?