Suite géométrique - Première S ES STI - Exercices
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Reconnaitre une suite géométrique

Préciser si les suites suivantes, définies sur $\mathbb{N}$, sont géométriques.
Dans ce cas, indiquer alors la raison q et le 1er terme.

$a_n = 5^{n+2}$ $\quad b_n = \dfrac{-2}{3^{n+1}}$ $\quad c_n = \dfrac{(-2)^{3n+1}}{3^{2n}}$ $\quad d_n = n^2$ $\quad e_n = 2^n$ $\quad f_n = 2 \times 3^{-n}$

Reconnaitre une suite géométrique

Préciser si les suites suivantes, définies sur $\mathbb{N}$, sont géométriques.
Dans ce cas, indiquer alors la raison et le 1er terme.

$u_n = 3^n + 4^n$ $\quad v_n = 3^n \times 4^{n+1}$ $\quad \begin{cases} w_0 = 4 \\ w_{n+1} = \dfrac{w_n}{3} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x_0 = 4 \\ x_{n+1} = 3 + \dfrac{1}{2} \times x_n \end{cases}$

Suite arithmético-géométrique

On considère les suites u et v telles que $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n,
$u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 3$ et $v_n = u_n - 6$.

1°) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.
2°) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
3°) En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

Raison d'une suite géométrique

1°) Est-ce que les nombres 7 ; 14 ; 21 sont les termes consécutifs d'une suite géométrique ?
2°) Est-ce que les nombres $\dfrac{1}{3}$; 2 ; 12 sont les termes consécutifs d'une suite géométrique ?
3°) Est-ce que les nombres $\dfrac{1}{3}$; -2 ; 12 sont les termes consécutifs d'une suite géométrique ?
4°) Déterminer x pour que les nombres 7 ; x ; 63 soient les termes consécutifs d'une suite géométrique.

Maitriser les suites géométriques

1°) La suite (u_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$. De plus $u_0 = -8$. Déterminer u_4.
2°) La suite (v_n) est géométrique. $v_1 = 2$ et $v_2 = -6$. Déterminer la raison et v_0.
3°) La suite (t_n) est géométrique. $t_2 = 3$ et $t_4 = 12$. Que peut-on dire de la raison et de t_3 ?
4°) La suite (w_n) est géométrique de raison $0{,}1$. De plus $w_4 = 2$. Déterminer w_0.
5°) La suite (a_n) est définie par $\begin{cases} a_0 = 4 \\ a_{n+1} = a_n - \dfrac{2}{3} \times a_n \end{cases}$ est-elle géométrique ?
6°) La suite (b_n) est géométrique de raison 4. Exprimer b_n en fonction de a_1.

Raison d'une suite géométrique

1°) (u_n) est une suite géométrique où aucun terme n'est nul et pour tout n, $u_{n+2} = u_n$
Que peut-on dire de la raison ?
2°) (u_n) est une suite géométrique où aucun terme n'est nul et pour tout n, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$
Que peut-on dire de la raison ?

Tableur et suite

On a obtenu avec un tableur les termes consécutifs d'une suite (u_n).
Les valeurs ont été arrondies au cent-millième.

	A
4	1.536
5	1.2288
6	0.98304
7	0.78643
8	0.62915
9	0.50332
10	0.40265

1. Conjecturer l'expression de u_n en fonction de n.
2. Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule A2 puis copiée vers le bas pour obtenir les termes de la suite.

Suite géométrique et algorithme

La suite u est définie par l'algorithme suivant :

```
Saisir n
à u attribuer 2
Pour i allant de 1 à n
    à u attribuer 2u − 1
FinPour
Afficher u
```

1°) Si $n = 3$, quelle valeur sera affichée ?

2°) La suite u est-elle géométrique ? Si oui, quelle est son 1^er^ terme et sa raison ?

Suite arithmético-géométrique

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{5} + 8 \end{cases}$$

1°) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.

2°) Pouvez-vous exprimer u_n en fonction de n. Justifier.

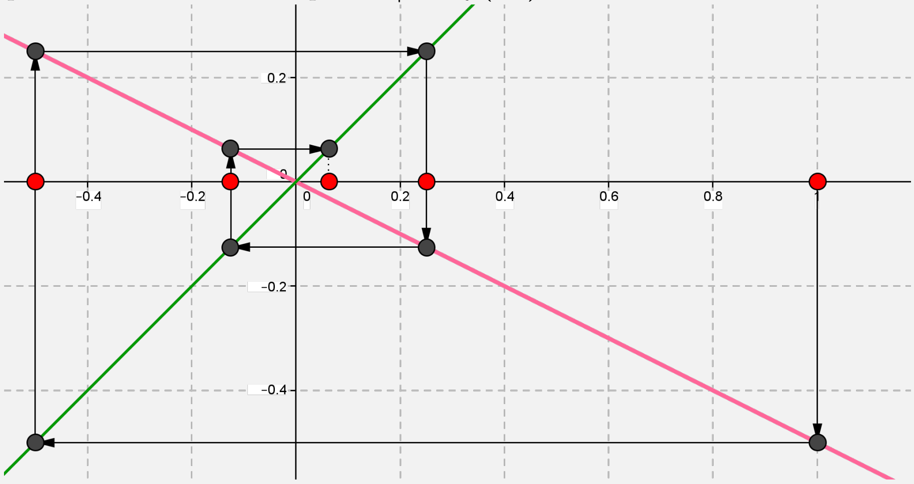
3°) On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 10$.
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.

4°) Exprimer v_n en fonction de n.

5°) Refaire le 2°).

Graphique d'une suite géométrique

On a représenté une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$



1°) Déterminer graphiquement u_0, u_1, u_2.
2°) Déterminer l'expression de $f(x)$.
3°) En déduire la nature de la suite (u_n).
4°) Déterminer, par le calcul, la valeur de u_1 et de u_2. Est-ce cohérent ?

Suite géométrique

Un nénuphar en forme de cercle double sa surface chaque jour.
Soit S_n sa surface et r_n son rayon au bout de n jour après l'éclosion.

1°) Sa surface S_n est-elle le terme d'une suite géométrique ? Si oui, quelle est sa raison ?
2°) Son rayon r_n est-il le terme d'une suite géométrique ? Indiquer, alors la raison.
3°) A l'éclosion, il mesure 1 cm^2. Au bout de 25 jours, il couvre la moitié de l'étang.
Quelle est la surface de l'étang en m^2 ?
4°) Au bout de combien de jour, le nénuphar couvrira-t-il la totalité de l'étang ?

Suite géométrique et intérêt composé

Sophie a placé 250€ à sa banque à intérêt composé de 7% par an, c'est à dire que les intérêts sont calculés chaque année sur le montant disponible en banque et sont ajoutés au capital.
Sophie ne fait ni retrait, ni dépôt supplémentaire.
On note (s_n) la somme d'argent dont dispose Sophie au bout de n années.

1. Exprimer s_n en fonction n.
2. Déterminer le montant dont dispose Sophie au bout de 5 années. Arrondir à l'euro prés.
3. A l'aide d'une calculatrice, déterminer au bout de combien d'années, le placement aura doublé.

Suite géométrique et augmentation en pourcentage

Un employeur A vous propose un salaire de 2000€/mois et une augmentation de 100€ par an.
Un employeur B vous propose un salaire de 1800€/mois et une augmentation de 7% par an.

1°) Quel employeur choisir, si vous envisagez de rester 3 ans dans la société ?
2°) Quel employeur choisir, si vous envisagez de rester 10 ans dans la société ?
3°) A l'aide d'une calculatrice, déterminer le nombre d'années au bout duquel
la rémunération de l'employeur B est plus intéressante.

Suite géométrique et graphique

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 = 1.5 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{3} \times u_n \end{cases}$$

1°) Tracer les droites d'équation $y = x$ et $y = \dfrac{2}{3}x$ en utilisant des points à coordonnées entières.

2°) Déterminer graphiquement u_1, u_2, u_3, u_4.

Suite arithmétique et géométrique

(u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0.
On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = 2^{u_n}$.
Démontrer que (v_n) est géométrique. Préciser le premier terme et la raison.

Variations d'une suite géométrique

Dans chaque cas, déterminer le sens de variation de la suite (u_n) :
1°) (u_n) est une suite géométrique de 1er terme $u_0 = -2$ et de raison q où $q \geqslant 1$
2°) (u_n) est une suite géométrique de 1er terme $u_0 = -1.1$ et de raison q où $0 < q < 1$
3°) (u_n) est une suite géométrique de 1er terme $u_0 = -3$ et de raison q où $q < 0$

Suite géométrique auxiliaire

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n - 2 \end{cases}$

1°) Tracer la courbe de la fonction $f : x \to \dfrac{1}{2}x - 2$.
Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite (u_n).
Quel semble être le sens de variation de (u_n) ?

2°) On considère la (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n + 4$.
Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont précisera la raison.

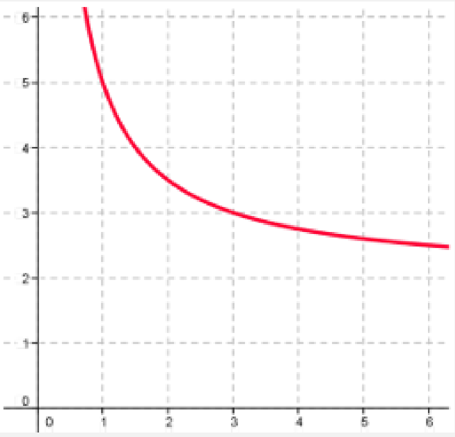
3°) Exprimer v_n en fonction de n.

4°) En déduire l'expression de u_n en fonction de n et le sens de variation de (u_n).

Suite homographique

Soit la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2 + \dfrac{3}{u_n}$.
On admet que pour tout entier naturel n, $u_n > 0$.
L'objectif du problème est d'exprimer u_n en fonction de n puis de trouver la limite de (u_n).

1. On a tracé la courbe de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2 + \dfrac{3}{x}$.



   Déterminer graphiquement puis par le calcul, u_1, u_2, u_3.

2. Quelles conjectures peut-on faire concernant le sens de variation, et la limite de cette suite (u_n).

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 1}$

   a) Déterminer par le calcul les 4 premiers termes de la suite (v_n).
   b) La suite v semble-t-elle arithmétique ? Géométrique ?
   c) Démontrer votre conjecture.
   d) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
   e) En déduire la limite de la suite (u_n).

Nombre de rebonds

Une balle est lâchée sur le sol d'une hauteur de 1,5 mètre. On note h_n sa hauteur en mètres après n rebonds. On pose donc $h_0 = 1{,}5$. On suppose que la balle rebondit toujours à 80% de la hauteur du précédent rebond.

1. Vérifier que $h_2 = 0{,}96$.

2. Exprimer pour tout entier naturel n, h_{n+1} en fonction de h_n. Quelle est la nature de la suite (h_n) ?

3. Exprimer h_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

4. On estime maintenant que la balle ne rebondit plus lorsque la hauteur du rebond ne dépasse pas 0,5 cm. A l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre de rebonds effectués par la balle.

Exprimer une suite arithmético-géométrique en fonction de n

On considère une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 3u_n - 8$ et $u_0 = 6$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?
3. On pose pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 4$.
   (a) Calculer v_0, v_1, v_2 et v_3.
   (b) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
   (c) Exprimer pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
4. En déduire u_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

Avec une suite auxiliaire géométrique

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12}$ et $u_0 = 0$

1. Montrer que $u_1 = \sqrt{3}$ et $u_2 = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$.
2. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$,$v_n = u_n^2 - 4$.
   (a) Calculer v_0, v_1 et v_2.
   (b) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
   (c) Exprimer pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n.
3. En déduire u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

u_6 connaissant u_0 et $u_1 + u_2$

On considère une suite géométrique (u_n) à termes strictement positifs.
On sait que $u_0 = 4$ et que $u_1 + u_2 = 15$.
Déterminer u_6.

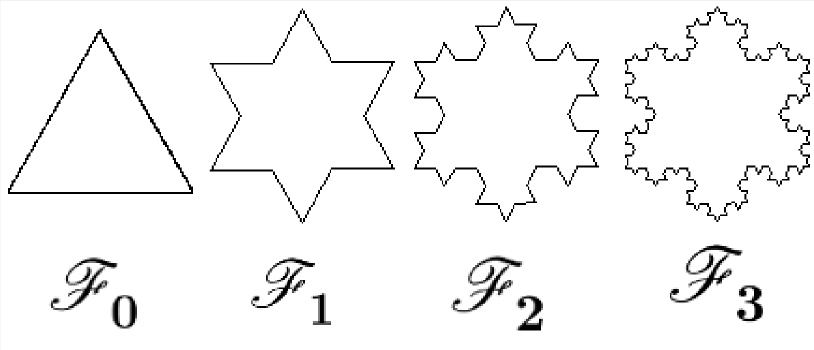
Suites croisées

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par

$$\begin{cases} u_0 = 32 \quad \text{et} \quad v_0 = 18 \\ u_{n+1} = 0{,}8u_n + 0{,}3v_n \\ v_{n+1} = 0{,}2u_n + 0{,}7v_n \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et v_1.
2. On pose pour tout entier naturel n, $s_n = u_n + v_n$ et $t_n = -2u_n + 3v_n$.
   (a) Justifier par un calcul que la suite (s_n) est constante et donner cette constante.
   (b) Démontrer que la suite (t_n) est une suite géométrique.
   (c) Exprimer alors t_n en fonction de n pour tout entier n.
3. Déduire de la question précédente les expressions de u_n et de v_n en fonction de n.
4. En déduire les limites des suites (u_n) et (v_n).

Périmètre du flocon de von Koch



Pour tout entier naturel n, on note :

- c_n le nombre de côtés de la figure $\mathscr{F}_n$;
- l_n la longueur d'un côté de la figure $\mathscr{F}_n$;
- p_n le périmètre de la figure $\mathscr{F}_n$.

1. Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n puis en déduire c_n en fonction de n.
2. Exprimer l_{n+1} en fonction de l_n puis en déduire l_n en fonction de n sachant que $l_0 = 1$.
3. En déduire p_n en fonction de n.
4. Le flocon de von Koch est la figure obtenue quand n tend vers l'infini. Que dire de son périmètre ?