

**Suite arithmétique - Première S ES STI - Exercices**  
 Corrigés en vidéo avec le cours sur [jaicompris.com](http://jaicompris.com)

**Reconnaitre une suite arithmétique**

Préciser si les suites suivantes, définies sur  $\mathbb{N}$ , sont arithmétiques.  
 Dans ce cas, indiquer alors la raison et le 1<sup>er</sup> terme.

a)  $a_n = 3n - 2$     b)  $b_n = \frac{2n + 3}{4}$     c)  $c_n = (n + 1)^2 - n^2$     d)  $d_n = n^2 + n$

**Reconnaitre une suite arithmétique**

Préciser si les suites suivantes, définies sur  $\mathbb{N}$ , sont arithmétiques.  
 Dans l'affirmative, indiquer alors la raison et le 1<sup>er</sup> terme.

a)  $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = -0.9 + u_n \end{cases}$     b)  $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = 3 + \frac{1}{2}v_n \end{cases}$     c)  $w_n = \frac{3}{n+2}$     d)  $t_n = \frac{n^2 - 1}{n+1}$   
 e) La suite des multiples de 4

**Suite arithmétique - Déterminer la raison et calculer des termes**

- 1°) La suite  $(u_n)$  est arithmétique.  $u_0 = -2$  et  $r = 5$ . Déterminer  $u_{15}$ .  
 2°) La suite  $(v_n)$  est arithmétique.  $v_6 = 4$  et  $r = -3$ . Déterminer  $v_{15}$ .  
 3°) La suite  $(w_n)$  est arithmétique.  $w_4 = 2$  et  $w_{10} = 14$ . Déterminer la raison  $r$  et  $w_0$ .  
 4°) La suite  $(t_n)$  est arithmétique.  $t_2 + t_3 + t_4 = 12$ . Déterminer  $t_3$ .

**Suite définie à l'aide d'un tableur**

On a obtenu avec un tableur les termes consécutifs d'une suite  $(u_n)$ .

	A
22	85
23	89
24	93
25	97
26	101
27	105
28	109
29	113

- 1°) Que peut-on conjecturer concernant cette suite ?  
 2°) Quelle est la valeur de la cellule A1 et A100 ?

**Dénombrer à l'aide d'une suite arithmétique**

On considère l'intervalle  $I=[17;154]$

- 1°) Combien I contient-il de nombres entiers ?  
 2°) Combien I contient-il de nombres pairs ?  
 3°) Combien I contient-il de multiples de 4 ?

## Dénombrer à l'aide d'une suite arithmétique

La suite  $u$  est définie par l'algorithme suivant :

```
Saisir  $n$ 
à  $u$  attribuer 4
Pour  $i$  allant de 1 à  $n$ 
    à  $u$  attribuer  $u-2$ 
FinPour
Afficher  $u$ 
```

- 1°) Si  $n = 3$ , quelle valeur sera affichée ?
- 2°) La suite  $u$  est-elle arithmétique ? Quelle est son 1<sup>er</sup> terme et sa raison ?

## Suite auxiliaire arithmétique pour étudier une suite plus compliquée

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 2$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + 3u_n}$

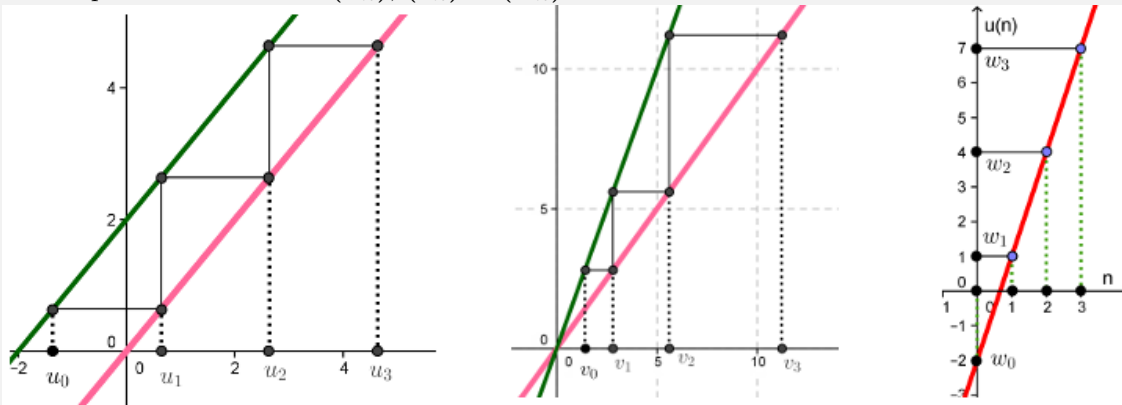
- 1°) La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? Justifier.
- 2°) La suite  $(u_n)$  est-elle géométrique ? Justifier.
- 3°) Que faut-il faire pour calculer  $u_{10}$  ?

Pour tout  $n$ , on pose  $v_n = \frac{1}{u_n}$

- 4°) Calculer  $v_0, v_1, v_2, v_3$ . Quelle conjecture peut-on faire concernant  $(v_n)$ .
- 5°) Démontrer cette conjecture.
- 6°) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
- 7°) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 8°) Peut-on déterminer  $u_{10}$  simplement. Comparer avec le 3°).

## Associer à un graphique la suite qui lui correspond

On a représenté trois suites  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  et  $(w_n)$ .



Préciser si ces suites sont arithmétiques. Justifier.

Dans l'affirmative, indiquer la raison et le 1<sup>er</sup> terme ainsi que le terme d'indice 50.

### Suite auxiliaire arithmétique pour étudier une suite plus compliquée

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0=2$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{3 + u_n^2}$

On admet que la suite  $(u_n)$  a tous ses termes positifs.

- 1°) Démontrer que la suite  $(u_n)$  n'est ni arithmétique, ni géométrique.
- 2°) Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $v_n = u_n^2$   
Démontrer que  $(v_n)$  est arithmétique. Préciser le 1<sup>er</sup> terme et la raison.
- 3°) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
- 4°) En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### Avec une suite auxiliaire arithmétique

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et pour tout entier naturel  $n$  par  $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + 2u_n}$ .

1. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
2. On admet que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \neq 0$  et on définit la suite  $(v_n)$  pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = \frac{1}{u_n}$ .
  - (a) Calculer  $v_0$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
  - (b) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est arithmétique.
  - (c) En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$  pour tout entier naturel  $n$  puis celle de  $u_n$ .

### Avec une suite auxiliaire arithmétique (bis)

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_{n+1} = u_n + 2n - 1$  et  $u_0 = 3$ .

1. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
2. On pose pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = u_n - n^2$ .
  - (a) Calculer  $v_0$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .
  - (b) Montrer que la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est arithmétique.
  - (c) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  pour tout entier naturel  $n$ .
3. En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$  pour tout entier naturel  $n$ .

### Somme et produit de $u_0$ et de $u_1$ d'une suite arithmétique

La suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison négative.

On sait que la somme des deux premiers termes vaut  $\frac{5}{6}$ .

Le produit des deux premiers termes vaut  $\frac{1}{16}$ .

Déterminer pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### Somme et produit de $u_0$ , $u_1$ et $u_2$ d'une suite arithmétique

La suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison négative. On sait que la somme des trois premiers termes vaut **81** et que leur produit vaut **18 360**.

1. On note  $r$  la raison de cette suite. Exprimer  $u_0$  et  $u_2$  en fonction de  $u_1$  et  $r$ .
2. Montrer que l'on a : 
$$\begin{cases} 3u_1 & = 81 \\ u_1^3 - r^2u_1 & = 18\,360 \end{cases}$$
3. En déduire la valeur de  $u_1$  et de  $r$ .
4. Calculer  $u_{40}$ .

### Retrouver $u_0$ et $r$ sans indication

La suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique telle que  $u_4 = 1$  et  $\frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} = 2$ .  
Déterminer  $u_0$  et la raison  $r$ .

### Somme des entiers impairs

Soit  $n$  un entier naturel non nul.  
Démontrer que la somme des  $n$  premiers entiers naturels impairs est un carré parfait.

### Poignées de mains

1. Dans une réunion, **25** personnes sont présentes et elles se sont toutes serré la main pour se saluer. Combien de poignées de mains ont été échangées ?
2. Dans une autre réunion, **496** poignées de mains ont été échangées. Sachant que tout le monde s'est salué, combien de personnes étaient présentes à cette réunion ?