Fonction exponentielle : Exercices complémentaire
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Définition : Fonction exponentielle

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

1. Montrer que f ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$.
   On pourra utiliser la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = f(x) \times f(-x)$ et étudier ses variations.

2. Montrer qu'il existe au maximum une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.
   On supposera qu'il existe une autre fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $g' = g$ et $g(0) = 1$.
   On étudiera les variations de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h = \dfrac{f}{g}$.

3. On admet l'existence d'une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

   (a) Compléter : D'après la question 2. il existe exactement .... fonction(s) f dérivable(s) sur $\mathbb{R}$ telle(s) que $f' = f$ et $f(0) = 1$.
   Cette fonction est appelée fonction exponentielle. On la note **exp** et aussi $\exp(x) = e^x$.

   (b) D'après cet exercice, écrire ce que l'on sait sur e^x ?

Fonction exponentielle - Propriétés

L'objectif de cet exercice est de démontrer que pour tous réels x et y :
$$e^{x+y} = e^x \times e^y$$

Rappel : la fonction $f : x \to e^{ax+b}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x , $f'(x) = ae^{ax+b}$

Soit y un réel fixé. On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \dfrac{e^{x+y}}{e^x}$.

Étudier les variations de h et conclure.

Fonction exponentielle - Propriétés

On rappelle que pour tous réels x et y : $e^{x+y} = e^x \times e^y$.

1) En déduire que pour tout réel x, $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$.

2) En déduire que pour tous réels x et y , $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$.

Fonction exponentielle - Propriétés

On rappelle que pour tous réels x et y : $e^{x+y} = e^x \times e^y$.
Démontrer que pour tout entier naturel n et tout réel x, $e^{nx} = (e^x)^n$.

Fonction exponentielle - Propriétés

On rappelle que pour tout réel x, et tout entier naturel n : $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ et $e^{nx} = (e^x)^n$.
Démontrer que la propriété $e^{nx} = (e^x)^n$ est encore vraie pour n entier négatif.

Fonction exponentielle - Propriétés

On rappelle que pour tous réels x et y : $e^{x+y} = e^x \times e^y$ et que $e^x \neq 0$.

1) Compléter : Pour tout réel x, $e^x = (e^{\cdots})^2$

2) En déduire que pour tout réel x, $e^x > 0$.

3) En déduire les variations de la fonction exponentielle.

Fonction exponentielle - Limite

1) Montrer que pour tout réel x , $e^x > x$.

2) En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x$.

Fonction exponentielle - Limite

On rappelle que pour tout réel x : $e^x = \dfrac{1}{e^{-x}}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$.

En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x$.