Équation du second degré et plus
Première S ES STI - Exercices
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Résoudre des équations du second degré

a) $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} = 0$ b) $-\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{5} = -\frac{1}{10}$ c) $-1{,}3x^2 + 0{,}2x + 2{,}6 = 0$ d) $2x^2 - 3x = 0$

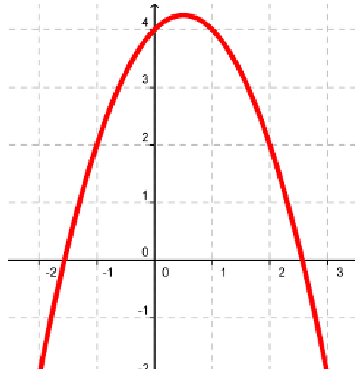
Équation se ramenant à une équation du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $-2x^3 + 3x^2 = x$ b) $x^4 + x^5 + x^6 = 0$

Résoudre une équation du second degré graphiquement et par le calcul

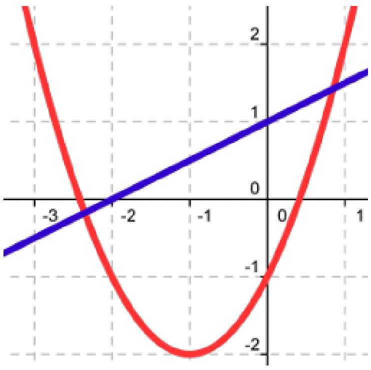
On a tracé la parabole représentant la fonction $f : x \to -x^2 + x + 4$.



1) Résoudre graphiquement $-x^2 + x + 4 = 0$.
2) Résoudre algébriquement $-x^2 + x + 4 = 0$.

Intersection de 2 courbes & équation du second degré

On a tracé la parabole représentant la fonction $f : \to x^2 + 2x - 1$ et la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$.



1) Résoudre graphiquement $x^2 + 2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$.

2) Résoudre algébriquement $x^2 + 2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$.

Discriminant pas toujours utile pour résoudre des équations du second degré

Résoudre sans calculer le discriminant les équations suivantes sur $\mathbb{R}$:

a) $2x^2 - 6 = 0$ b) $4x^2 - 6x = 0$ c) $x^2 + 2 = 0$ d) $(2x - 1)^2 = 25$

Équation avec fraction se ramenant à une équation du second degré

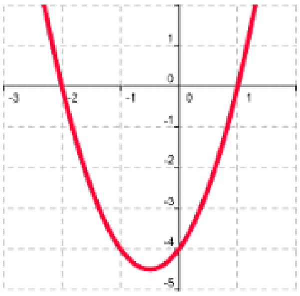
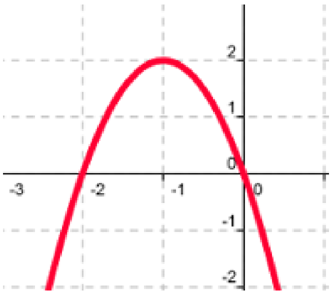
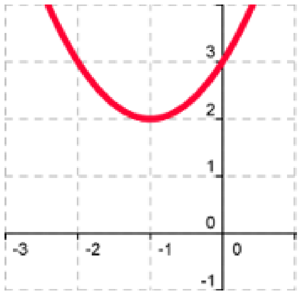
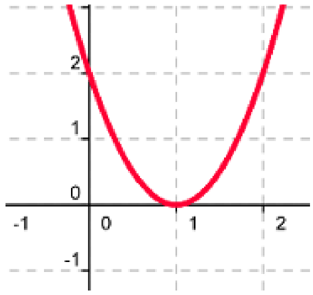
a) $\frac{x-1}{2x-4} = 0$ b) $\frac{1}{x} = x$ c) $\frac{x^2 - 9}{3 - x} = 0$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{1-2x} = 0$ b) $\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x} = 3$ c) $\dfrac{2}{x-1} - \dfrac{2}{x} = 1$

Lire le discriminant, a et c

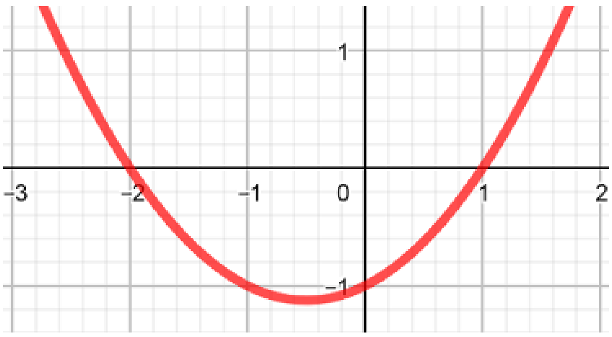
Les graphiques ci-dessous correspondent chacun à la courbe d'une fonction $f : x \to ax^2 + bx + c$.

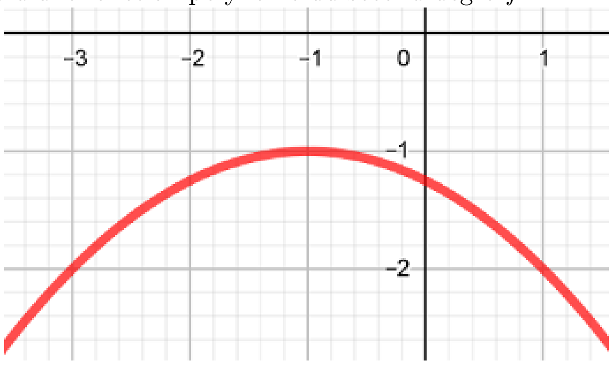





Dans chaque cas, que peut-on dire de a, c et du discriminant Δ.

Déterminer un polynôme du second degré connaissant la parabole

Les graphiques ci-dessous correspondent chacun à la courbe d'une fonction polynôme du second degré f.





Dans chaque cas, déterminer $f(x)$.

Déterminer un polynôme du second degré

Dans chaque cas, déterminer une fonction polynôme du second degré P telle que :

1) P admet pour racine les nombres -1 et 3.
2) P admet pour racine les nombres 0 et -3 et admet un maximum sur $\mathbb{R}$.
3) P admet une racine double égale à 2 et admet un minimum sur $\mathbb{R}$.
4) P n'admet aucune racine et admet un maximum sur $\mathbb{R}$.
5) P admet un maximum en 3 qui vaut 4.

Tableau de variations & fonction du second degré

On donne le tableau de variations d'une fonction f du second degré.

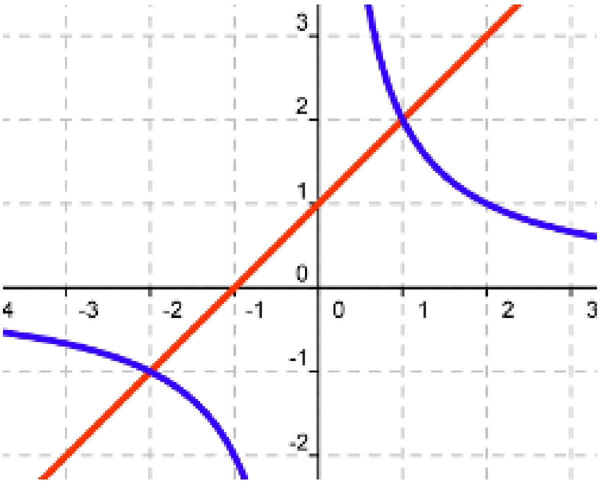
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	?	$\nearrow$

Proposer une valeur pour le ? telle que :

1) Le discriminant de l'équation $f(x) = 0$ soit strictement positif.
2) Le discriminant de l'équation $f(x) = 2$ soit strictement négatif.

Intersection de 2 courbes & équation du second degré

On a tracé la courbe de fonction f définies sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) = \dfrac{2}{x}$
et la courbe de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - x$



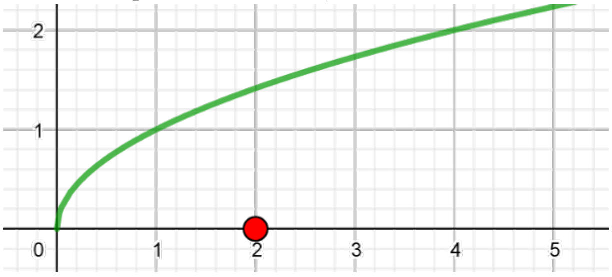
1) Déterminer graphiquement l'intersection des courbes de f et g.
2) Refaire la question précédente par le calcul.

Résoudre une équation avec racine carrée à l'aide du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\quad x = \sqrt{x} + 2$.

Distance d'un point à une courbe & second degré

Dans un repère orthonormé, on a tracé la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction racine carrée et A est le point de coordonnées $(2; 0)$.



1) Déterminer graphiquement quel est le point de $\mathscr{C}$ qui est le plus proche de A.
2) Refaire la question 1) par le calcul.

Utiliser le discriminant

Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.
Son discriminant est noté Δ, sa courbe est la parabole notée $\mathscr{P}$ et son sommet est noté S.
1) Si $a > 0$ et $\Delta < 0$, que peut-on dire du sommet S ?
2) Si $\Delta > 0$ et l'ordonnée de S est positive, que peut-on dire de a ?
3) Si a et c sont non nuls et de signes contraires, $\mathscr{P}$ coupe combien de fois l'axe des abscisses ?

Résoudre une équation du troisième degré à l'aide du second degré

1) Montrer qu'il existe trois réels a, b et c tels que pour tout réel x :

$$x^3 - 2x - 1 = (x+1)(ax^2 + bx + c)$$

2) Résoudre l'équation $x^3 - 2x - 1 = 0$

Équation du second degré dépendant d'un paramètre
Soit m un nombre réel, on considère l'équation :

$$x^2 + mx + m + 1 = 0$$

Pour quelle(s) valeur(s) du paramètre m l'équation ci-dessus admet-elle une unique solution ?

Problème se ramenant à une équation du second degré
Trouver tous les triangles rectangles dont les mesures des côtés sont des entiers consécutifs.

Volume d'un cube et équation du second degré
Si on augmente de deux centimètres la longueur de l'arête d'un cube, son volume augmente alors de 2 402 cm^3.
Combien mesure l'arête de ce cube ?

Dimension d'un rectangle et équation du second degré
Quelles sont les dimensions d'un rectangle de 34 cm de périmètre et de 60 cm^2 d'aire ?

Signe de a et c et nombre de solutions d'équation du second degré
On considère l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ d'inconnue x où a, b et c sont trois réels avec $a \neq 0$.
1) Démontrer la proposition suivante :
   Si a et c sont de signes contraires, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ possède au moins une solution réelle.
2) La réciproque est-elle vraie ? Justifier.

Problème de mise en équation - Second degré
Avec 180€, j'ai acheté un certain nombre d'articles identiques. Si chaque article avait coûté 3€ de moins, j'aurais pu en acheter 3€ de plus. Combien en ai-je acheté ?

Points d'intersection de 2 courbes & équation du second degré
On considère la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + 1$ et la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = x^2 - \dfrac{3}{2}x - 1$.
Calculer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{D}$ et $\mathscr{P}$.

Problème de vitesse de train & équation du second degré
Deux trains A et B partent en même temps d'une même gare, l'un vers le nord et l'autre vers l'est.
Le train A se déplace à 25 km/h de plus en moyenne que le train B.
Après 2 heures, ils sont à 250 km de distance (à vol d'oiseau) l'un de l'autre. Trouver la vitesse moyenne de chaque train.

Équation bicarrée et second degré
On souhaite résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^4 - x^2 - 6 = 0$.
1) Montrer que si un nombre réel x est solution de l'équation (E) alors le nombre X défini par $X = x^2$ vérifie $X^2 - X - 6 = 0$.
2) Déterminer les valeurs possibles de X.
3) Résoudre l'équation (E).

Démonstration des formules du cours - Discriminant & racines
Soient a, b et c trois réels avec $a \neq 0$, on admet que pour tout réel x, on a :

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

1) Montrer que pour tout réel x, $ax^2 + bx + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)$.

2) On pose $\Delta = b^2 - 4ac$.
a) Montrer que si $\Delta < 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solutions réelles.
b) Montrer que si $\Delta \geqslant 0$, on a $ax^2 + bx + c = a\Big(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\Big)\Big(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\Big)$.
3) Montrer que si $\Delta \geqslant 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a des solutions réelles et exprimer les solutions en fonction de a, b et Δ.

Équation du second degré avec paramètre
Déterminer m pour que l'équation $5x^2 - 2mx + m = 0$ admette -2 comme solution.
Donner l'autre solution.

Équation du second degré et racine double
Déterminer a pour que l'équation $ax^2 - 12x + 9 = 0$ admette une racine double.
Donner cette racine double.

Équation du second degré n'ayant pas de solution réelle
Déterminer m pour que l'équation $2x^2 + 4x + m = 0$ n'admette pas de solution dans $\mathbb{R}$.

Équation du second degré avec paramètre
Déterminer m pour que l'équation $2x^2 + mx + 2 = 0$ n'admette pas de solution dans $\mathbb{R}$.

Déterminer m pour que l'équation $mx^2 + (m-2)x - 2 = 0$ admette une seule solution.
